

HSC

একাডেমিক কোর্স

যুক্তিবিদ্যা ২য় পত্র

অধ্যায়ঃ ০৮ – সম্ভাবনা

টপিক – ০১ সম্ভাবনার প্রাসঙ্গিকতা ও ধারণা

আলোচিত বিষয়বস্তু

টপিক ০১: সম্ভাবনার প্রাসঙ্গিকতা ও ধারণা

টপিক ০২: সম্ভাবনার অর্থ

টপিক ০৩: আকস্মিকতার অর্থ

টপিক ০৪: সম্ভাবনা ও আকস্মিকতার সম্পর্ক

টপিক ০৫: সম্ভাবনার গুরুত্ব

টপিক ০৬: প্রকল্প সংশ্লিষ্ট ধারণাসমূহ

টপিক ০১: সম্ভাবনার প্রাসঙ্গিকতা ও ধারণা

This Topic is important for

MCQ	সৃজনশীল
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> ক <input type="checkbox"/> খ
	<input type="checkbox"/> গ <input type="checkbox"/> ঘ

ভূমিকা : ঘটনাবলির মধ্যে কার্য-কারণ সম্পর্ক নির্ণয়ের জন্য পরীক্ষণমূলক পদ্ধতিগুলো প্রয়োগ করতে যেয়ে অনেক সময় দেখা যায় যে, একই কার্যের একই কারণ ছাড়া আরও বিকল্প কারণের সম্ভাবনা পাওয়া যাচ্ছে। অর্থাৎ সেখানে বহু কারণবাদের সমস্যা দেখা দিচ্ছে। এসব অসুবিধা দূর করার জন্য যুক্তিবিদগণ সম্ভাবনার নিয়ম প্রণয়ন করেছেন। এগুলো প্রয়োগ করে সমস্যাটিকে আংশিকভাবে মোকাবিলা করা যায়। এ অধ্যায়ে আমরা আলোচনা করবো কীভাবে বহু কারণজনিত অসুবিধাগুলো সম্ভাব্যতা নির্ণয়ের মাধ্যমে দূর করা যায়। বাস্তবে বৈজ্ঞানিক আরোহ ছাড়া অন্যান্য আরোহের সিদ্ধান্তসুলভ সম্ভাব্য হয়। তাই সম্ভাব্যতা সম্পর্কে সব শিক্ষার্থীর ধারণা থাকা দরকার।

বহু কারণবাদ অনুসারে একই কার্যের একাধিক কারণ থাকতে পারে। অথচ কার্য-কারণ নিয়ম অনুসারে একটি কার্যের একটি মাত্র কারণ থাকবে। ঘটনাবলীর মধ্যে কার্য-কারণ সম্পর্ক নির্ণয়ের জন্য পরীক্ষণাত্মক পদ্ধতিগুলোর প্রয়োগ করতে যেয়ে অনেক সময় দেখা যায় যে, একই কার্যের একই কারণ ছাড়া আরও বিকল্প কারণের সন্ধান পাওয়া যাচ্ছে। এ সম্ভাবনায় অস্থায়ী পদ্ধতি পুরাপুরিভাবে এবং অন্যান্য পদ্ধতি আংশিকভাবে ক্ষতিগ্রস্ত হয়। তাই পরীক্ষণাত্মক পদ্ধতির সাহায্যে সব সময় সাফল্যের সাথে আলোচ্য ঘটনার প্রকৃত কারণ আবিষ্কার করা যায় না। এসব ক্ষেত্রে আমরা কার্য-কারণ সম্পর্কে কোন নিশ্চিত ফল পাই না। বরং যা পাই তা নিতান্তই সম্ভাব্য।

কার্য-কারণ সম্পর্ক নির্ণয়ের ব্যাপারে এসব অসুবিধা দূর করবার জন্য যুক্তিবিদগণ কিছু আকস্মিকতা ও সম্ভাব্যতার নিয়ম প্রণয়ন করেছেন। এগুলো প্রয়োগ করে সমস্যাটিকে আংশিকভাবে মোকাবিলা করা যায়। যেখানে একই কার্যের একাধিক বিকল্প কারণের সম্ভাবনা দেখা দেয় সেখানে সম্ভাব্যতার নিয়মাবলি প্রয়োগ করে আমরা জানার চেষ্টা করি বিকল্প কারণগুলোর মধ্যে কোনটির পক্ষে প্রকৃত কারণ হওয়ার বেশি সম্ভাবনা আছে। যদি একটি বিকল্প কারণকে বহুক্ষেত্রে আলোচ্য ঘটনার সাথে ঘটতে দেখা যায়, তাহলে তাকে আর আকস্মিক ঘটনা বলে উড়িয়ে দেওয়া যায় না। তখন আমরা ধরে নেই যে, ঘটনা দুটির মধ্যে একটি কার্য-কারণ সম্পর্ক আছে। এ সম্পর্কটি নিছক আকস্মিক সম্পর্ক নয়। আকস্মিক হলে এত ঘন ঘন দুটি ঘটনাকে একসঙ্গে ঘটতে দেখা যেত না। এখন আমরা আকস্মিকতা ও সম্ভাব্যতার মতবাদ আলোচনা করে দেখবো কিভাবে তাদের সাহায্যে বহু কারণজনিত অসুবিধা মোকাবিলা করা যায়।

THANK YOU

HSC একাডেমিক কোর্স

যুক্তিবিদ্যা ২য় পত্র

অধ্যায়ঃ ০৮ – সম্ভাবনা

টপিক – ০২ সম্ভাবনার অর্থ

টপিক ০২: সম্ভাবনার অর্থ

This Topic is important for

MCQ	সৃজনশীল
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> ক <input type="checkbox"/> খ
	<input type="checkbox"/> গ <input type="checkbox"/> ঘ

সম্ভাব্যতা কথাটি দ্ব্যর্থবোধক। এর লৌকিক অর্থ এবং বৈজ্ঞানিক অর্থের মধ্যে কিছুটা পার্থক্য লক্ষ্য করা যায়। কোন একটি ঘটনা ঘটা যদি একটি অকল্পনীয় ব্যাপার না হয়, তাহলে সাধারণ লোকে তাকে একটি সম্ভাব্য ঘটনা বলে মনে করে। অর্থাৎ যা কিছু অসম্ভব নয় তাই-ই সম্ভাব্য ঘটনা। কিন্তু বৈজ্ঞানিক অর্থ একটু ভিন্ন ধরনের। এ অর্থে একটি ঘটনাকে সম্ভাব্য বলা হয় তখনই যখন একদিকে ঘটনাটি ঘটা অসম্ভব নয় এবং অন্যদিকে ঘটনাটি ঘটা একেবারে নিশ্চিতও নয়। অর্থাৎ সম্ভাব্যতা অসম্ভব ঘটনা ও নিশ্চিত ঘটনার মধ্যবর্তী অবস্থা প্রকাশ করে। একটি ঘটনা ঘটা অসম্ভব হতে পারে, সম্ভব হতে পারে বা নিশ্চিত হতে পারে। যে ঘটনার মধ্যে আত্মবিরোধ আছে তা কখনই ঘটতে পারে না, তা ঘটা অসম্ভব। যেমন-মৃত মানুষের পক্ষে কথা বলা একটি অসম্ভব ঘটনা। আবার, যে ঘটনার অন্তর্নিহিত কার্য-কারণ নিয়ম আবিষ্কৃত ও প্রমাণিত হয়ে গিয়েছে তা নিশ্চিতভাবে ঘটে। যেমন-জীবিত মানুষের দেহের কোন স্থান কেটে গেলে রক্ত বের হবে এটা একটি নিশ্চিত ঘটনা। কিন্তু কতকগুলো ঘটনা আছে যা ঘটা একেবারে অসম্ভবও নয়, আবার একেবারে নিশ্চিতও নয়, এগুলোই সম্ভাব্য ঘটনা। যেমন-মেঘ হলে বৃষ্টি হবে-এটা একটি সম্ভাব্য ঘটনা।

সুতরাং, বৈজ্ঞানিক দৃষ্টিকোণ থেকে বিচার করলে দেখা যায় যে, সম্ভাবনা একটি মাত্রার ব্যাপার। একদিকে এর দ্বারা অসম্ভব ঘটনার উৎকৃষ্ট অবস্থা প্রকাশিত হয় এবং অন্যদিকে এর দ্বারা নিশ্চিত ঘটনার নিকৃষ্ট অবস্থা প্রকাশিত হয়।

সম্ভাবনার প্রকৃতি

সম্ভাবনা একটি মাত্রার ব্যাপার। যে ঘটনাকে আমরা সম্ভাব্য বলি সেটা সত্যও হতে পারে, আবার মিথ্যাও হতে পারে। একটি সম্ভাব্য ঘটনা ঘটবে এমন অসম্ভব নয়, তেমন নিশ্চিতও নয়। তবে কিছু ঘটনার পক্ষে সত্য হওয়ার সম্ভাবনা খুব বেশি থাকে। কিছু ঘটনার পক্ষে মিথ্যা হওয়ার সম্ভাবনা খুব বেশি থাকে। সম্ভাব্যতার এ মাত্রাকে অনেক সময় ভগ্নাংশের আকারে প্রকাশ করে দেখানো যায়। আমরা যদি অসম্ভব ঘটনাকে ০ সংখ্যা দ্বারা এবং নিশ্চিত ঘটনাকে ১০০ সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করি, তাহলে ১ থেকে ৯৯ পর্যন্ত সংখ্যাগুলো হবে সম্ভাব্যতা প্রকাশক সংখ্যা। এক্ষেত্রে যে ঘটনা ১০০ বারের মধ্যে ১০০ বারই ঘটে তা হবে নিশ্চিত ঘটনা। আর যে ঘটনা ১০০ বারের মধ্যে একবারও ঘটে না তা হবে অসম্ভব ঘটনা। যে ঘটনা ১০০ বারের মধ্যে ১ থেকে ৯৯ পর্যন্ত যে কোন বার ঘটে তা হবে একটি সম্ভাব্য ঘটনা।

সম্ভাবনার প্রকৃতি

সুতরাং $1 \div 100$ $19 \div 100$ থেকে পর্যন্ত ভগ্নাংশগুলো সম্ভাব্যতার মাত্রা প্রকাশ করে। এর প্রথম ভগ্নাংশটি সম্ভাব্যতার সর্বনিম্ন মাত্রা প্রকাশ করে এবং শেষ ভগ্নাংশটি সম্ভাব্যতার সর্বোচ্চ মাত্রা প্রকাশ করে। আর এদের মধ্যবর্তী ভগ্নাংশগুলো সম্ভাবনার মধ্যবর্তী কম বা বেশি মাত্রা প্রকাশ করে। সম্ভাব্যতাকে অনেক সময় অনুপাতের আকারেও প্রকাশ করা যায়। বিষধর সর্প দংশনে প্রতি ১০ জনের মধ্যে ৯ জন লোক মারা গেলে সর্প দংশন হবে একটি সম্ভাব্য ঘটনা। এখানে সর্প দংশনে জীবিত ও মৃত মানুষের তুলনামূলক হার একটি অনুপাতের আকারে প্রকাশ করা যায়। এ অনুপাতটি হচ্ছে $1:9$ ।

উপরের আলোচনা থেকে বোঝা যায় যে, একটি সম্ভাব্য ঘটনা নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে ঠিক কতবার ঘটবে তার কোন নিশ্চয়তা নেই। একটি সম্ভাব্য ঘটনা ঘটবে এটা আমরা জানি। কিন্তু ঠিক কখন ঘটবে তা আমরা জানি না। আমরা জানি যে, প্রকৃতিতে কিছু কিছু নিয়ম ও কারণ কাজ করে যাচ্ছে। ফলে কিছু কিছু ঘটনাও সেখানে ঘটবে এটাই স্বাভাবিক। কিন্তু আমাদের জ্ঞানের অপূর্ণতার কারণে ঐসব ঘটনা সংঘটনের সঠিক সংখ্যা ও সময়কাল নিরূপণ করতে পারি না। তবে সঠিকভাবে নিরূপণ করতে না পারলেও আমরা পারিপার্শ্বিক অবস্থা বিবেচনা করে সম্ভাব্যতার মাত্রা কিছুটা নির্ণয় করতে পারি।

সম্ভাবনার ভিত্তি

সম্ভাব্যতার ভিত্তি সম্পর্কে যুক্তিবিদদের মধ্যে মতবিরোধ দেখা যায়। যুক্তিবিদ জেভন্স-এর মতে সম্ভাব্যতা সম্পূর্ণরূপে আত্মগত ভিত্তির উপর প্রতিষ্ঠিত। কোন একটি ঘটনার সম্ভাব্যতা নির্ভর করে ঐ ঘটনাটি ঘটবার ব্যাপারে আমাদের বিশ্বাসের মাত্রার উপর। কিন্তু যুক্তিবিদ কার্ডেথ রীড-এর মতে, সম্ভাব্যতার ভিত্তি আত্মগত নয়; বরং বস্তুগত। কোন একটি ঘটনার সম্ভাব্যতা নির্ভর করে সে ঘটনা সম্পর্কে আমাদের বাস্তব অভিজ্ঞতার পরিমাণের উপর। সুতরাং, সম্ভাব্যতা বস্তুগত ভিত্তির উপর প্রতিষ্ঠিত। কার্ডেথ রীড তাঁর মতবাদের সমর্থনে নিম্নের যুক্তিগুলো প্রদর্শন করেন।

প্রথমত, বিশ্বাসের মাত্রা সন্তোষজনকভাবে পরিমাপ করা যায় না। ধরা যাক, একটি থলের মধ্যে হরতনের টেক্কা সহ ১০ খানা কার্ড রেখে একজন লোককে বলা হলো ঐ টেক্কাটি টেনে বের করতে। লোকটি যতই টান দেবে ততই তার বিশ্বাস জাগবে যে পরের টানে হয়ত সে কার্ডটি পেয়ে যাবে। এখানে কার্ডের সংখ্যা কমার সাথে সাথে তার বিশ্বাসের মাত্রা বেড়ে যায়। কিন্তু কার্ডটি পাওয়ার সম্ভাবনার মাত্রা সে তুলনায় বাড়ে না। কাজেই বিশ্বাসের মাত্রা সম্ভাবনার মাত্রা নির্দেশ করে না।

সম্ভাবনার ভিত্তি

দ্বিতীয়ত, বিশ্বাস সব সময় একইরূপ বাস্তবের সাথে সামঞ্জস্যপূর্ণ হয় না। বিশ্বাস একটি মানসিক ব্যাপার। বিশ্বাস নির্ভর করে মনের চিন্তাধারা, আশা-আকাঙ্ক্ষা, ভয়-ভীতি, মমতা, মেজাজ ইত্যাদির উপর। কাজেই সব মানুষের বিশ্বাস একরূপ হয় না। দু'জন মানুষের একই অভিজ্ঞতা হলেও তাদের বিশ্বাস ভিন্ন থাকায় অভিজ্ঞতা দু'জনের কাছে দু'ভাবে গৃহীত হতে পারে। যেমন- অন্ধকার রাতে একই পথ দিয়ে চলার সময় দু'জন লোকের একজন একটি গাছের ঝোপকে ভূত বলে মনে করতে পারে, কিন্তু অপরজন তাকে ভূত বলে মনে নাও করতে পারে। কাজেই বিশ্বাসের সাহায্যে সম্ভাব্যতার মাত্রা পরিমাপ করা যায় না।

তৃতীয়ত, সম্ভাব্যতার বিষয়টি যেহেতু আরোহ অনুমানের সাথে যুক্ত, সেহেতু সম্ভাব্যতার ভিত্তি একটি মানসিক ব্যাপার হতে পারে না। এর নিশ্চয়ই একটা বস্তুগত ভিত্তি থাকা প্রয়োজন এবং সেটা হচ্ছে বাস্তব অভিজ্ঞতা। আরোহের উপাদান ও মাল-মসলা বাস্তব অভিজ্ঞতা থেকেই সংগ্রহ করা হয়। কাজেই নিছক বিশ্বাস আরোহের ভিত্তি হতে পারে না। তবে যে বিশ্বাস বাস্তবের সাথে সঙ্গতিপূর্ণ তা ভিত্তিরূপে গৃহীত হতে পারে।

সম্ভাবনার ভিত্তি

সুতরাং সিদ্ধান্ত করা যেতে পারে যে, সম্ভাব্যতা শুধুমাত্র আত্মগত ভিত্তির উপর প্রতিষ্ঠিত নয়। এর একটি বস্তুগত ভিত্তি আছে। এর আত্মগত ভিত্তি হচ্ছে মনে বিশ্বাস এবং বস্তুগত ভিত্তি হচ্ছে বাস্তব অভিজ্ঞতা। আমরা যখন একটি ঘটনাকে সম্ভাব্য ঘটনা বলি তখন সম্ভাবনার একটি ভিত্তি হচ্ছে এ যে, আমরা মনে প্রাণে বিশ্বাস করি যে ঘটনাটি ঘটবে। এর অপর ভিত্তি হচ্ছে এ যে, আমরা আমাদের পূর্ব অভিজ্ঞতা থেকে ঘটনাটির সপক্ষে বা বিপক্ষে কিছু প্রমাণ সংগ্রহ করি। যদি বিপক্ষে থেকে সপক্ষের প্রমাণ বেশি হয়, তাহলে আমরা বিশ্বাস করি যে ঘটনাটি ঘটবে।

THANK YOU

HSC একাডেমিক কোর্স

যুক্তিবিদ্যা ২য় পত্র

অধ্যায়ঃ ০৮ – সম্ভাবনা

টপিক – ০৩ আকস্মিকতার অর্থ

টপিক ০৩: আকস্মিকতার অর্থ

This Topic is important for

MCQ	সৃজনশীল
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> ক <input type="checkbox"/> খ
	<input type="checkbox"/> গ <input type="checkbox"/> ঘ

কার্য-কারণ নিয়ম অনুসারে এ বিশ্বে যা কিছুই ঘটুক না কেন তারই কোন একটি কারণ আছে। কারণ ছাড়া কোন কিছুই ঘটে না। এখানে আকস্মিক বলে কোন কিছু নেই। আকস্মিক ঘটনা বলতে আমরা যদি কারণ বিহীন ঘটনা বুঝি, তাহলে ভুল করা হবে। আসলে সব ঘটনারই কারণ থাকে কিন্তু আমরা আমাদের অক্ষমতার দরুন সবকিছু নির্ণয় করতে পারি না। এ প্রকৃতিতে বা আমাদের জীবনে অনেক ঘটনা একসাথে ঘটতে দেখা যায়। বিশেষ কোন সময়ে বিশেষ কোন স্থানে দু'টি ঘটনাকে এক সাথে ঘটতে দেখা যায়। কিন্তু ঘটনা দু'টির মধ্যে যে কার্য-কারণ সম্পর্ক থাকবেই এমন কোন কথা নেই। ঘটনা দু'টি সম্পূর্ণরূপে এক থেকে অপরে বিচ্ছিন্ন হতে পারে। তারা দু'টি ভিন্ন কারণ থেকে উৎপন্ন হতে পারে। এরূপ দু'টি বিচ্ছিন্ন ঘটনার একত্রে সংযোগ আমাদের কাছে একটি দৈব বা আকস্মিক ঘটনা। যেমন-বাসে চড়ে আমি দেশের বাড়ি যাচ্ছি। এমন সময় আমার বহুদিনের পুরাতন এক বাল্যবন্ধু আমার পাশের সিটে বসলেন। এখানে আমি বলব যে, বাল্যবন্ধুর সাথে আমার সাক্ষাৎ একটি দৈব বা আকস্মিক ঘটনা।

কেননা ঘটনাটি আমার কাছে অপ্রত্যাশিত। এর জন্য আমি আদৌ প্রস্তুত ছিলাম না। এখানে আমাদের দুই বন্ধুর একত্র উপস্থিতি একটি আকস্মিক ব্যাপার বলে মনে হলেও আসলে কিন্তু ঘটনাটি কারণ বিহীন নয়। একটু তলিয়ে দেখার চেষ্টা করলে বোঝা যায় যে, আমি আমার নিজের কোন একটি প্রয়োজনে বাড়ি যাচ্ছি এবং আমার বন্ধুও তার কোন প্রয়োজনে বাড়ি যাচ্ছে। গাড়ির মধ্যে সাক্ষাৎ একটি অপ্রত্যাশিত ব্যাপার মনে হলেও ঘটনাটি ঘটবার মত উপযুক্ত কারণ সৃষ্টি হয়েছিল।

আমরা যখন বলি একটি ঘটনা আকস্মিকভাবে ঘটে গিয়েছে তখন বুঝতে হবে ঐ ঘটনার প্রকৃত কারণ আমাদের জানা নেই বা কারণটি জানবার উপযুক্তও নয়। আমাদের অজ্ঞতার ফলে অথবা জ্ঞানের সীমাবদ্ধতার কারণে আমরা অনেক ঘটনারই কোন ব্যাখ্যা খুঁজে পাই না। তাই আমরা তাদেরকে আকস্মিক বলি। আবার এমন অনেক ঘটনা আছে যা অনিয়মিতভাবে বা অনিশ্চিতভাবে ঘটে। এদের সংঘটনের প্রকৃত কারণ আমরা উদ্ধার করতে পারি না। তাই এদেরকে আকস্মিক বলে মনে হয়।

সুতরাং আমরা বলতে পারি যে, বিশ্বের প্রতিটি ঘটনারই একটি কারণ আছে। যদি আমরা কোন একটি ঘটনার কারণ খুঁজে না পাই, তাহলে বুঝতে হবে এটা আমাদের, সীমিত জ্ঞানের ফল। যদি আমাদের জ্ঞানের অসীম ক্ষমতা থাকতো তাহলে আমরা সবকিছুকেই ব্যাখ্যা দিতে পারতাম। তখন দৈব ঘটনা বলে কোন কিছুই থাকতো না। কিন্তু বাস্তবে ঐরূপ জ্ঞান থাকা মানুষের পক্ষে সম্ভব নয়। তাই মানুষের জন্য আকস্মিকতার সুযোগ থেকেই যাচ্ছে। আকস্মিকতা যে সব সময় আমাদের অজ্ঞতা বা জ্ঞানের সসীমতা থেকে আসে তা নয়। অনেক ক্ষেত্রে প্রকৃতির বিশালতা ও ঘটনাবলীর জটিলতা থেকেও এরূপ ধারণার সৃষ্টি হয়। মোটকথা বিশ্বপ্রকৃতি এতই বিশাল ও জটিল এবং আমাদের - জ্ঞানের ক্ষমতা এতই সীমিত যে, সব জাগতিক ঘটনাই ব্যাখ্যা করা আমাদের পক্ষে সম্ভব হয় না।

যুক্তিবিদ মিল আকস্মিতার সংজ্ঞা দিতে গিয়ে বলেন যে, আকস্মিতা হচ্ছে “এমন একটি ঘটনা সংযোগ যা নিয়মানুবর্তিতা সম্পর্কে কোনরূপ অনুমান করবার সুযোগ দেয় না।”^১ তাঁর মতে, আমরা কিছু ঘটনাকে আকস্মিক বলি, কারণ আমরা প্রাকৃতিক ঘটনাবলীর জটিলতার জন্য ঐগুলোর মধ্যস্থিত কার্য-কারণ সম্পর্ক অনুমান করতে ব্যর্থ হই।

আকস্মিকতার অপনয়ন

আকস্মিকতা অপনয়ন বলতে আমরা এক বিশেষ পদ্ধতিকে বুঝি যার সাহায্যে আমরা দেখাতে চাই যে, দু'টি ঘটনার মধ্যে সংযোগ একেবারে আকস্মিক নয়, বরং তা কার্য-কারণ, সম্পর্কিত। এ পদ্ধতিটি একটি বিশেষ নীতির উপর প্রতিষ্ঠিত। নীতিটি হচ্ছে যদি দু'টি ঘটনার মধ্যে নিছক আকস্মিকতার সম্পর্ক থাকে, তাহলে তাদের মধ্যে ঘন ঘন সংযোগ ঘটবে না। যদি তাদের সংযোগ ঘন ঘন হয়, তাহলে সম্ভবত তাদের মধ্যে কার্য-কারণ সম্পর্ক আছে। আর যদি তাদের মধ্যে সংযোগ মাঝে মাঝে হয়, তাহলে সম্ভবত তাদের মধ্যে কোন কার্য-কারণ সম্পর্ক নেই। আকস্মিকতা অপনয়নের জন্য যুক্তিবিদ বেন নিম্নের নিয়মটি প্রণয়ন করেছেন-

"সংযুক্ত ঘটনা দু'টি স্বাভাবিকভাবে কত ঘন ঘন সংঘটিত হয় এবং তাদের মধ্যে কোনরূপ সম্পর্ক বা বিরোধ নেই বলে ধরে নিলে কত ঘন ঘন তাদের যোগাযোগ হওয়া উচিত ছিল তার হিসাব করতে হবে। যদি দেখা যায় যে, হিসাবের চেয়ে তাদের সংযোগ বেশি হচ্ছে, তাহলে তাদের মধ্যে কোন সম্পর্ক আছে। আর যদি হিসাবের চেয়ে তাদের সংযোগ কম হয়, তাহলে তাদের মধ্যে কোন বিরোধ আছে।"

আকস্মিকতার অপনয়ন

বেনের নিয়মটির অর্থ এ যে, দু'টি ঘটনার মধ্যে যদি খুব ঘন ঘন সংযোগ ঘটে থাকে, তাহলে তাদের সংযোগকে নিছক আকস্মিক বলা চলে না। তখন তাদের মধ্যে একটি কার্য-কারণ সম্পর্ক আছে বলে ধারণা করতে হবে। এবার একটি উদাহরণের সাহায্যে বেনের নিয়মটি প্রয়োগ করে দেখা যাক। ধরা যাক, আগুনে রঙের মেঘের সাথে ঝড়-ঝাপটার কোন সম্পর্ক আছে কিনা তা আমরা জানতে চাই। আমাদের প্রথমে দেখতে হবে কতদিন পর পর প্রতিটি ঘটনা ঘটে। আমরা লক্ষ্য করি যে, তিন দিনের মধ্যে মাত্র একবার আকাশে আগুনে মেঘ দেখা যায়। আর দশ দিনের মধ্যে মাত্র একবার ঝড়-ঝাপটা হয়। সুতরাং হিসাব মত প্রতি তিরিশ দিন অন্তর দু'টি ঘটনা একবার একসাথে ঘটা উচিত।

এটাই হচ্ছে ঘটনা দু'টির যুক্ত সংঘটনের স্বাভাবিক হার। কিন্তু যদি ঘটনা দু'টির মধ্যে এ হার অপেক্ষাও বেশি ঘন ঘন সংযোগ ঘটে, তাহলে তাদের মধ্যে কোন কার্য-কারণ সম্পর্ক আছে বলে ধারণা করতে হবে। আর যদি তাদের মধ্যে এ হার অপেক্ষাও অনেক কম সংযোগ ঘটে, তাহলে বুঝতে হবে তাদের মধ্যে বিরোধ আছে। অর্থাৎ তাদের মধ্যকার সম্পর্ক নিতান্তই আকস্মিক। এভাবে আকস্মিকতা অপনয়ন পদ্ধতি আমাদেরকে কার্য-কারণ সম্পর্ক আবিষ্কারে সাহায্য করে।

THANK YOU

HSC একাডেমিক কোর্স

যুক্তিবিদ্যা ২য় পত্র

অধ্যায়ঃ ০৮ – সম্ভাবনা

টপিক – ০৪ সম্ভাবনা ও আকস্মিকতার সম্পর্ক

টপিক ০৪: সম্ভাবনা ও আকস্মিকতার সম্পর্ক

This Topic is important for

MCQ	সৃজনশীল
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> ক <input type="checkbox"/> খ
	<input type="checkbox"/> গ <input type="checkbox"/> ঘ

আরোহ অনুসন্ধানের সময় প্রাকৃতিক ঘটনাবলীর মধ্যে কার্য-কারণ সম্পর্ক নির্ণয়ের জন্য যুক্তিবিদগণ কয়েকটি পরীক্ষণমূলক পদ্ধতি উদ্ভাবন করেছেন। কিন্তু এ পদ্ধতিগুলো প্রয়োগ করতে যেয়ে দেখা যায় যে, অনেক ক্ষেত্রেই বহু কারণবাদ জনিত সমস্যার কারণে নিশ্চিত সিদ্ধান্তে পৌঁছানো সম্ভব হচ্ছে না। কার্য-কারণ সম্পর্ক নির্ণয়ের ব্যাপারে এসব অসুবিধা দূর করার জন্য তারা আবার কিছু আকস্মিকতা ও সম্ভাব্যতার নিয়ম প্রণয়ন করেছেন। এগুলো প্রয়োগ করে সমস্যাটিকে আংশিকভাবে মোকাবিলা করা যায়। যেখানে একই কার্যের একাধিক বিকল্প কারণের সম্ভাবনা দেখা দেয় সেখানে সম্ভাব্যতার নিয়মাবলী প্রয়োগ করে আমরা জানবার চেষ্টা করি বিকল্প কারণগুলোর মধ্যে কোনটির পক্ষে প্রকৃত কারণ হওয়ার বেশি সম্ভাবনা আছে। যদি একটি বিকল্প কারণকে বহুক্ষেত্রে আলোচ্য ঘটনার সাথে ঘটতে দেখা যায়, তাহলে তাকে আর আকস্মিক ঘটনা বলে উড়িয়ে দেওয়া যায় না। তখন আমরা ধরে নেই যে, ঘটনা দুটির মধ্যে একটা কার্য-কারণ সম্পর্ক থাকার সম্ভাবনা আছে। এ সম্পর্কটি নিছক আকস্মিক নয়। আকস্মিক হলে এত ঘন ঘন দুটি ঘটনাকে একসাথে ঘটতে দেখা যেত না।

আকস্মিকতার উৎপত্তি হয় কার্য-কারণ সম্পর্ক বিষয়ে আমাদের অজ্ঞানতা থেকে। আমরা যখন একটি ঘটনাকে আকস্মিক বলি তখন বুঝতে হবে ঐ ঘটনার প্রকৃত কারণ আমাদের জানা নেই। আমাদের জ্ঞানের সীমাবদ্ধতার দরুন আমরা অনেক ঘটনারই কোন ব্যাখ্যা খুঁজে পাই না। আবার এমন অনেক ঘটনা আছে যা খুবই অনিয়মিতভাবে ঘটে। এদের প্রকৃত কারণ আমরা উদ্ধার করতে পারি না। তাই এসব ঘটনাকে আমরা আকস্মিক বলি।

অপরদিকে সম্ভাব্যতার উৎপত্তি হয় কার্য-কারণ সম্পর্ক বিষয়ে আমাদের অপরিপূর্ণ জ্ঞান থেকে। এটা সত্য যে, প্রকৃতিতে কিছু কিছু নিয়ম ও কারণ কাজ করে যাচ্ছে। ফলে কিছু কিছু ঘটনাও সেখানে ঘটবে এটাই স্বাভাবিক। কিন্তু আমাদের জ্ঞানের অপূর্ণতার কারণে ঐসব ঘটনা ঘটবার সঠিক সময়কাল আমরা নিরূপণ করতে পারি না। ঐগুলো আমাদের কাছে সম্ভাবনাময় হয়ে ওঠে।

একটি দৃষ্টান্তের সাহায্যে বিষয়টির উপর একটু আলোকপাত করা যাক। আমাদের এলাকায় হঠাৎ একদিন প্রবল বেগে ঘূর্ণিঝড় বয়ে গেল। আমরা কেউই এর জন্য প্রস্তুত ছিলাম না। ঝড়ের কোন পূর্বাভাস আমরা পাইনি। বায়ুর আকস্মিক নিম্নচাপ আমরা কেউই লক্ষ্য করিনি। কাজেই এক্ষেত্রে ঘূর্ণিঝড় আমাদের কাছে একটি আকস্মিক ঘটনা। কিন্তু আমরা কেউ যদি কোন সময় গুমোট আবহাওয়া, সিঁদুরে মেঘ ইত্যাদি কিছু বিষয় লক্ষ্য করি তখন ঘূর্ণিঝড় আমাদের কাছে একটি সম্ভাব্য ঘটনা হয়ে দাঁড়ায়। এরূপ অবস্থায় ঘটনাটি ঘটতেও পারে, আবার নাও ঘটতে পারে। সুতরাং আকস্মিকতা ও সম্ভাব্যতা উভয়েই আমাদের জ্ঞানের অভাব অথবা অপূর্ণতা থেকে সৃষ্টি।

নিম্নে সম্ভাব্যতা ও আকস্মিকতার সাদৃশ্য ও বৈসাদৃশ্য আলোচিত হলো :

সাদৃশ্য :

'প্রথমত: সাধারণভাবে আমরা জানি, একটি কারণ থেকে একটি কার্যের উৎপত্তি হয়। কিন্তু প্রাকৃতিক ঘটনাবলির জটিলতার কারণে অনেক সময় মনে হয়, একটি কার্য একাধিক কারণ দ্বারা 'সংঘটিত' হয়েছে। অর্থাৎ বহু কারণবাদের ঘটনার ঘটেছে। কিন্তু বহু কারণবাদ যথার্থ কার্যকারণ নির্ণয়ে সমর্থ নয়। এমতাবস্থায় সম্ভাবনার নিয়ম ও আকস্মিকতার অপনয়ন প্রক্রিয়া আমাদেরকে বহু কারণবাদ জনিত সমস্যা থেকে উত্তরণে সাহায্য করে। অর্থাৎ সম্ভাবনা ও আকস্মিকতা উভয়ই ঘটনাকে বহু কারণবাদ জনিত সমস্যা থেকে মুক্ত করে সঠিক কার্যকারণ সম্পর্ক নির্ণয়ে সচেষ্ট হয়।

দ্বিতীয়ত: আরোহ অনুমানের একটি অন্যতম বৈশিষ্ট্য হচ্ছে যুক্তির বস্তুগত সত্যতা নির্ণয় করা। আকস্মিকতা ও সম্ভাবনা আরোহের এ বস্তুগত সত্যতা নির্ণয়ে প্রাথমিক দিকনির্দেশনা হিসেবে কাজ করে থাকে।

তৃতীয়ত: কোনো ঘটনার কারণ নির্ণয় করতে অসমর্থ হলে আমরা বলি ঘটনাটি আকস্মিক। আর ঘটনাটি ঘটার কার্যকারণ সম্পর্কে আংশিক জ্ঞান থাকে তখন তাকে বলে সম্ভাব্য। ঘটনার সম্পর্কে জ্ঞান বৃদ্ধির সাথে সাথে আকস্মিকতার জ্ঞান দূর হয়ে ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা বাড়তে থাকে। অর্থাৎ আকস্মিকতা ও সম্ভাবনা ভিন্ন হয়েও অভিন্ন। একটি শেষ হয়ে অন্যটি শুরু হয়।

বৈসাদৃশ্য :

সম্ভাবনা ও আকস্মিকতার মধ্যে কিছু সাদৃশ্য থাকলেও উভয়ের মধ্যে আবার কিছু পার্থক্যও রয়েছে।
প্রথমত: আকস্মিকতার ভিত্তি হচ্ছে কার্যকারণ সম্পর্কে আমাদের অজ্ঞতা। সম্ভাবনার ভিত্তি হচ্ছে কার্য-
কারণ সম্পর্কে আমাদের জ্ঞানের অপূর্ণতা। অর্থাৎ কোনো ঘটনার কারণ নির্ণয় করতে না পারলেই
আমরা বলি যে, ঘটনাটি আকস্মিক। আর ঘটনা সম্পর্কে জ্ঞান বাড়ার সাথে সাথেই আকস্মিকতার জ্ঞান
অনুপাতে অপরিণত হতে থাকে এবং পরে তা সম্ভাবনায় এসে দাঁড়ায়।

দ্বিতীয়ত: আকস্মিকতার ব্যাপারে বা বিষয়ে আমরা পূর্ব থেকে প্রস্তুত থাকি না। কিন্তু সম্ভাবনা বিষয়ে
আমরা অবগত থাকি। তবে ঘটনা ঘটা বা না ঘটার ব্যাপারে নিশ্চিত হতে পারি না। তবে এইটুকু
ভাবতে পারি ঘটনাটি ঘটতেও পারে নাও ঘটতে পারে।

তৃতীয়ত: মিলের মত অনুযায়ী, আকস্মিকতা কোনো এক ঘটনার ক্ষেত্রে সৃষ্টি হয় না। দুই বা
ততোধিক ঘটনার ক্ষেত্রে সৃষ্টি হয়। কিন্তু সম্ভাবনা একক ঘটনার ক্ষেত্রেও ঘটতে পারে। আবার দুই বা
ততোধিক ঘটনার ক্ষেত্রেও হতে পারে।

চতুর্থত: আকস্মিকতা হলো এমন বিষয় যে বিষয় সম্পর্কে আমরা প্রস্তুত থাকি না। অর্থাৎ হঠাৎ করে অপ্রত্যাশিতভাবে কোনো ঘটনা ঘটলে তাকে আমরা আকস্মিকতা বলি। আর সম্ভাবনা হলো এমন একটি বিষয় যে ঘটনাটি ঘটা এবং না ঘটা সম্পর্কে আমরা নিশ্চিত নই তবে ঘটনা সম্পর্কে আমরা জানি বা অবগত থাকি।

পঞ্চমত: আকস্মিকতা মুহূর্তে, চিন্তা-চেতনার পূর্বে, হঠাৎ করে, দৈবক্রমে ঘটে। সম্ভাবনা হঠাৎ করে, মুহূর্তের মধ্যে ঘটে না। সম্ভাবনা হলো নিশ্চিত ও অনিশ্চিতের মধ্যবর্তী অবস্থা।

ষষ্ঠত: সম্ভাবনাকে গাণিতিক তত্ত্ব দিয়ে ব্যাখ্যা বিশ্লেষণ করা সম্ভব। কিন্তু আকস্মিকতার ক্ষেত্রে গণিত শাস্ত্রের কোনো বিষয় প্রয়োগ করে ব্যাখ্যা বিশ্লেষণ সম্ভব নয়।

সপ্তমত: আকস্মিকতাকে বিচার, বিশ্লেষণ মূল্যায়ন করার কোনো মানদণ্ড নেই। কিন্তু সম্ভাবনা নির্ণয় করার চারটি মৌলিক নিয়ম বিদ্যমান।

অষ্টমত: সম্ভাবনা তত্ত্ব শিল্প বিজ্ঞান, প্রাকৃতিক বিজ্ঞান ও সামাজিক বিজ্ঞানে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রাখে। কিন্তু আকস্মিকতার শিল্প বিজ্ঞান, সমাজবিজ্ঞান বা প্রাকৃতিক বিজ্ঞানে কোনো স্থান নেই।

নবমত: আকস্মিকতা হচ্ছে দুই বা ততোধিক ঘটনার মধ্যকার প্রমাণ বা যাচাইবিহীন সংযোগ। অপর পক্ষে সম্ভাবনা হলো অভিজ্ঞতায় প্রাপ্ত আংশিক জ্ঞান যা প্রমাণ হিসেবে কাজ করে। এজন্য কার্ডেথ রীড আকস্মিকতা ও সম্ভাবনার পার্থক্য নির্ণয় করতে গিয়ে বলেছেন, 'আকস্মিকতা হলো নির্দেশযোগ্য কারণের প্রমাণবিহীন সংযোগ আর সম্ভাবনা হচ্ছে এমন সংযোগ কত ঘন ঘন সংঘটিত হয়, তার ভিত্তিতে প্রত্যাশা।

দশমত: সম্ভাবনা নিজস্ব বৈশিষ্ট্যের কারণে বিজ্ঞান, পক্ষান্তরে বিজ্ঞানে আকস্মিকতার কোনো স্থান নেই। সুতরাং কোন একটি ঘটনার প্রকৃত কারণ যদি সঠিকভাবে আমাদের জানা না থাকে তাহলে সে ঘটনাটি ঘটলে তা আমাদের কাছে আকস্মিক বলে মনে হয়। একই কারণে সে ঘটনাটি ঘটবার সময়কাল সম্মুখে আমাদের কাছে সম্ভাবনার প্রশ্ন দেখা দেয়। তবে ঘটনাবলীর কারণসমূহ সম্মুখে আমাদের জ্ঞান যতই বাড়তে থাকে, ঘটনা ঘটবার আকস্মিকতা ততই আমাদের কাছ থেকে দূরীভূত হতে থাকে। আর সে সাথে ঘটনা ঘটবার সম্ভাবনা আমাদের কাছে বাড়তে থাকে। কেননা, কোন ঘটনার সঠিক কারণ জানা থাকলে আমরা আর তাকে আকস্মিক বলতে পারি না। স্বাভাবিক বলেই গ্রহণ করি। আবার কারণ আমাদের পরিচিত হলে, তা ঘটবার সাথে সাথে তার কার্য ঘটবার সম্ভাবনা আমাদের কাছে উজ্জ্বল হয়ে ওঠে।

উপরিউক্ত আলোচনা থেকে বলা যায়, আকস্মিকতা এক ধরনের অজ্ঞতা। আকস্মিকতা অতীতে ছিল, বর্তমানে আছে, ভবিষ্যতেও থাকবে। তবে জ্ঞানে বিস্তৃতি ঘটলে আকস্মিকতার পরিধি কমে আসে। এ জগতের ঘটনাবলির মধ্যে কার্যকারণ সম্পর্ক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে যেসব অসুবিধা আছে তা দূরীকরণে সম্ভাবতা ও আকস্মিকতার নিয়ম গুরুত্বপূর্ণ অবদান রাখে। এভাবে আমরা দেখতে পাই যে, ঘটনাবলীর মধ্যে কার্য-কারণ সম্পর্ক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে যে সব অসুবিধা আছে তা নিরসনে আকস্মিকতা ও সম্ভাব্যতার নিয়ম একে অপরের সহায়ক ভূমিকা পালন করে।

THANK YOU

HSC একাডেমিক কোর্স

যুক্তিবিদ্যা ২য় পত্র

অধ্যায়ঃ ০৮ – সম্ভাবনা

টপিক – ০৫ সম্ভাবনার গুরুত্ব

টপিক ০৫: সম্ভাবনার গুরুত্ব

This Topic is important for

MCQ	সৃজনশীল
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> ক <input type="checkbox"/> খ
	<input type="checkbox"/> গ <input type="checkbox"/> ঘ

ঘটনাবলির মধ্যে কার্য-কারণ সম্পর্ক নির্ণয়ের জন্য পরীক্ষণাত্মক পদ্ধতিগুলো প্রয়োগ করতে যেয়ে অনেক সময় দেখা যায় যে, একই কার্যের একই কারণ ছাড়া আরও বিকল্প কারণের সম্ভাবনা পাওয়া যাচ্ছে। অর্থাৎ সেখানে বহু কারণবাদের সমস্যা দেখা দিচ্ছে। তাই পরীক্ষণাত্মক পদ্ধতির সাহায্যে সব সময় সাফল্যের সাথে আলোচ্য ঘটনার প্রকৃত কারণ আবিষ্কার করা যায় না।

কার্য-কারণ সম্পর্ক নির্ণয়ের ব্যাপারে এসব অসুবিধা দূর করার জন্য যুক্তিবিদগণ সম্ভাবনার নিয়ম প্রণয়ন করেছেন। এগুলো প্রয়োগ করে সমস্যাটিকে আংশিকভাবে মোকাবিলা করা যায়। যেখানে একই কার্যের একাধিক বিকল্প কারণের সম্ভাবনা দেখা দেয় সেখানে সম্ভাবনার নিয়মাবলি প্রয়োগ করে 'আমরা জানার চেষ্টা করি বিকল্প কারণগুলোর মধ্যে কোনটির পক্ষে কারণ হবার বেশি সম্ভাবনা আছে। যদি একটি বিকল্প কারণকে বহু ক্ষেত্রে আলোচ্য ঘটনার সাথে ঘটতে দেখা যায়, তাহলে তাকে আর আকস্মিক বলে উড়িয়ে দেয়া যায় না। তখন আমরা ধরে নেই যে, ঘটনা দুটির মধ্যে একটি কার্য-কারণ সম্পর্ক আছে। এ সম্পর্কটি নিছক আকস্মিক সম্পর্ক নয়। আকস্মিক হলে এত ঘনঘন দুটি ঘটনাকে এক সাথে ঘটতে দেখা যেত না। এ ক্ষেত্রে আমরা সম্ভাব্যতার মতবাদটির সাহায্য নিয়ে কারণ সম্পর্কে কিছুটা নিশ্চিত হতে পারি।

এটা ঠিক যে, আরোহ অনুমানের মাধ্যমে আমরা সাধারণ ধারণা প্রতিষ্ঠা করি। কিন্তু ধারণাটি তখনই যথার্থ হয় যখন তা প্রতিষ্ঠার পূর্বে আমরা কার্য-কারণ সম্পর্ক যাচাই করে দেখি। অনেক সময়ই এটা সঠিকভাবে করা সম্ভব হয় না। কেননা প্রকৃতির ঘটনাবলি খুবই জটিল। এরূপ জটিলতার মধ্যে কার্য-কারণ সম্পর্ক আবিষ্কার করা সম্ভব হলেও তা সমাধান করা খুব কঠিন। নিশ্চিত বলে প্রমাণ করা খুব কঠিন। তবে আরোহ অনুমানের মূল ভিত্তি হলো প্রকৃতির নিয়মানুবর্তিতা নীতি। প্রাকৃতির ঘটনাবলি নিয়ম-কানূনের অধীন। প্রকৃতি সব সময় একইরূপে আচরণ করে। তাই যুক্তিবিদ জেভন্স মনে করেন যে, যখন বিশ্বের সব কারণ সম্পর্কে আমাদের সুনিশ্চিত জ্ঞান হবে, তখন আমরা সুনিশ্চিতভাবে জানবো যে, যে শক্তির জন্য এ বিশ্বের সৃষ্টি হয়েছে সে শক্তি কখনও খামখেয়ালীর ভিত্তিতে বিশ্বকে পরিবর্তিত করবে না এবং এর জন্য কোনো অচিন্তনীয় ঘটনা ঘটে না; কেবল তখনই আমাদের জ্ঞান সম্ভাব্যতার স্তর অতিক্রম করে নিশ্চয়তার স্তরে প্রবেশ করবে। কিন্তু তার পূর্ব পর্যন্ত আরোহের সিদ্ধান্ত হবে সম্ভাব্য এবং আরোহ প্রতিষ্ঠিত হবে সম্ভাবনার উপর। সুতরাং বলা যায় যে, আরোহ অনুসন্ধানের বেলায় সম্ভাব্যতার গুরুত্বকে অস্বীকার করা যায় না। প্রকৃতির জটিল ঘটনাবলির মধ্যে একবারে সরাসরি কোনো ঘটনা থেকে তার কারণে পৌঁছা যায় না। অনেক ঘটনাই কারণ শুরুর সম্ভাবনা থাকে। এরূপ ক্ষেত্রে আমরা যদি সম্ভাবনার নিয়ম অনুসরণ করে অগ্রসর হই, তাহলে কিছুটা হলেও সফলতা আসতে পারে।

THANK YOU

HSC একাডেমিক কোর্স

যুক্তিবিদ্যা ২য় পত্র

অধ্যায়ঃ ০৮ – সম্ভাবনা

টপিক – ০৬ সম্ভাবনার পরিমাপের নিয়মাবলী

টপিক ০৬: সম্ভাবনার পরিমাপের নিয়মাবলী

This Topic is important for

MCQ	সৃজনশীল
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> ক <input type="checkbox"/> খ
	<input type="checkbox"/> গ <input type="checkbox"/> ঘ

যুক্তিবিদগণ ঘটনার সম্ভাব্যতা পরিমাপের জন্য কয়েকটি নিয়ম প্রণয়ন করেছেন। এগুলোর সাহায্যে কোন সরল, জটিল, বৈকল্পিক বা অবিরোধী ঘটনার সম্ভাব্যতা নিরূপণের কাজ সহজতর হয়।

নিয়ম-১। অনুকূল বিকল্পের সংখ্যাকে লব এবং মোট বিকল্পের সংখ্যাকে হর হিসেবে গ্রহণ করে যে ভগ্নাংশটি পাওয়া যায় তা সকল ঘটনার সম্ভাব্যতার মাত্রা নির্দেশ করে।

সকল ঘটনার সম্ভাবনাকে গাণিতিক ভগ্নাংশের মাধ্যমে প্রকাশ করা যায়। এ প্রক্রিয়ায় অনুকূল বিকল্পের সংখ্যাকে লব এবং মোট বিকল্পের সংখ্যাকে হর হিসেবে গ্রহণ করে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যাবে তা সকল ঘটনার সম্ভাব্যতার মাত্রা নির্দেশ করবে। যেমন-

সমস্যা: রুইতনের মোট ১৩ খানা তাস একটি একটি করে টানলে টেক্কা ওঠার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: রুইতনের মোট ১৩ খানা তাসের মধ্যে টেক্কা মাত্র একখানা। এ ১৩ খানা তাস এক স্থানে রেখে একটি একটি করে টানলে মোট ১৩ বার টানা যাবে। কিন্তু টেক্কা মাত্র একবারই উঠবে। এখানে টেক্কার জন্য অনুকূল বিকল্প ১ এবং মোট বিকল্প ১৩। সুতরাং টেক্কা ওঠার সম্ভাবনা।

নিয়ম-২। দু'টি স্বতন্ত্র ঘটনার পক্ষে একত্র ঘটার সম্ভাব্যতার মাত্রা ঘটনা দু'টির পৃথক সম্ভাবনার মাত্রার গুণফলের সমান হবে।

কোনো জটিল ঘটনার অন্তর্গত সরল ঘটনাগুলো যদি স্বতন্ত্র প্রকৃতির হয়, তাহলে সরল ঘটনাগুলোর পৃথক পৃথক সম্ভাবনাকে গুণ করে গুণফল দ্বারা জটিল ঘটনার সম্ভাব্যতা নিরূপণ করতে হবে। উল্লেখ্য, দু'টি সরল ঘটনার মধ্যে একটি যদি, অপরটি ঘটার উপর নির্ভর না করে, তাহলে আমরা তাদেরকে স্বতন্ত্র ঘটনা বলতে পারি। যেমন-দু'টি পৃথক মুদ্রাকে একসাথে টস করলে একটা মুদ্রার হেড বা টেল পড়ার সাথে অন্য মুদ্রার হেড বা টেল পড়ার কোন সম্পর্ক নেই। এরূপ দু'টি স্বতন্ত্র ঘটনা একত্রে ঘটার সম্ভাবনাকে নিম্নের দু'টি সমস্যার মাধ্যমে প্রকাশ করা যায় :

সমস্যা-১। দু'টি পৃথক মুদ্রা একসাথে টস করলে প্রথমবারেই দু'টি মুদ্রার হেড পড়ার সম্ভাব্যতা কত?
সমাধান : এখানে মুদ্রা দু'টি স্বতন্ত্র। তাই প্রথম মুদ্রার হেড পড়ার সম্ভাব্যতা এবং দ্বিতীয় মুদ্রায় হেড পড়ার সম্ভাব্যতাও $1 \div 2$ । তাই দু'টি মুদ্রাই একত্রে হেড পড়ার সম্ভাব্যতা হবে তাদের পৃথক সম্ভাব্যতার গুণফল, অর্থাৎ $1 \div 2 \times 1 \div 2 = 1/4$ । একসাথে দু'টি মুদ্রা টস করলে আমরা চারটি সম্ভাব্য ফল প্রাপ্ত হতে পারি। যথা-

- ১। দু'টি মুদ্রাই টেল পড়তে পারে।
- ২। প্রথম মুদ্রার টেল এবং দ্বিতীয় মুদ্রার হেড পড়তে পারে।
- ৩। প্রথম মুদ্রার হেড এবং দ্বিতীয় মুদ্রার টেল পড়তে পারে।
- ৪। দু'টি মুদ্রাই হেড পড়তে পারে।

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে, প্রতি চারবার টসের মধ্যে একবার একসাথে উভয় মুদ্রার হেড পড়ার সম্ভাবনা দেখা দেয়।

সমস্যা-২। তিনবার মেঘ করলে যদি একবার বৃষ্টি হয় এবং দশবার মেঘ করলে যদি একবার ঘূর্ণিঝড় হয়, তাহলে বৃষ্টিপাত ও ঘূর্ণিঝড়ের একত্র ঘটার সম্ভাব্যতা কত?

সমাধান : তিনবার মেঘ করলে যদি একবার বৃষ্টি হয়, তাহলে বৃষ্টির সম্ভাব্যতার মাত্রা হচ্ছে। আবার দশবার মেঘ করলে যদি একবার ঘূর্ণিঝড় হয়, তাহলে ঘূর্ণিঝড়ের সম্ভাব্যতার মাত্রা হচ্ছে। সুতরাং বৃষ্টিপাত ও ঘূর্ণিঝড়ের পক্ষে একত্র ঘটার সম্ভাব্যতার মাত্রা হচ্ছে

নিয়ম-৩। দু'টি ঘটনা এক সঙ্গে ঘটা সম্ভব না হলে তাদের যে কোন একটির অথবা অপরটির ঘটনার সম্ভাবনার মাত্রা ঐ দু'টি ঘটনার পৃথক সম্ভাবনার মাত্রার যোগফলের সমান হবে। ১

দু'টি ঘটনা যদি এমন প্রকৃতির হয় যে, তাদের একটি ঘটলে অপরটি ঘটতে পারে না, তাহলে আমরা বুঝতে পারি যে, ঘটনা দু'টি পরস্পর বিরোধী। যেমন-কোন একটি মুদ্রা দিয়ে টস করবার সময় মাটিতে গিয়ে হয় তার হেড পড়বে, না হয় তার টেল পড়বে। একই সাথে হেড ও টেল পড়তে পারে না। কাজেই হেড পড়া ও টেল পড়া দু'টি বিরোধী ঘটনা। এরূপ দু'টি ঘটনা একই সাথে ঘটতে পারে না। তাই এদের যে কোন একটি ঘটনার সম্ভাবনা নিম্নরূপে প্রকাশ করা যায় :

সমস্যা: একটি লুডুর ঘুটির মধ্যে ১ থেকে ৬ সংখ্যার মধ্যে ২ অথবা ৪ ওঠার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: একটি লুডুর ঘুটির ছয় দিকে ১ থেকে ৬ পর্যন্ত সংখ্যা চিহ্নিত আছে। একই দানে ২ এবং ৪ সংখ্যা উঠতে পারে না। তবে ২ ওঠার পৃথক সম্ভাবনা হচ্ছে $১ \div ৬$ পৃথক সম্ভাবনাও $১ \div ৬$ । সুতরাং ২ অথবা ৪ ওঠার সম্ভাবনার মাত্রা হচ্ছে $১ \div ৬ \times ১ \div ৬ = ১/৩$ ।

নিয়ম-৪। দু'টি ঘটনার যৌথ সম্ভাবনার মাত্রা নির্ণয় করতে হলে ঐ দু'টি ঘটনার পৃথক অসম্ভাবনার মাত্রার গুণফলকে একক থেকে বিয়োগ করতে হবে।

প্রকৃতিতে এমন কিছু জটিল ঘটনা আছে যা একাধিক বৈকল্পিক ঘটনার সমন্বয়ে সৃষ্টি এবং এসব বিকল্প পরস্পর অবিরোধী। অর্থাৎ এদের মধ্যে একটি ঘটলে অন্যটিও ঘটতে পারে। এরূপ দু'টি ঘটনার যৌথ সম্ভাব্যতা নিরূপণের উপায় হল-প্রতিটি বিকল্প ঘটনার প্রতিকূল ঘটনা বের করে তাদের সম্ভাবনার মাত্রা নির্ণয় করতে হবে। তারপর মাত্রার গুণফলকে ১ থেকে বিয়োগ করে দু'টি ঘটনার যৌথ সম্ভাবনার মাত্রা নির্ণয় করতে হবে।

সম্ভাবনা অধ্যায়ে নিম্নের কয়েকটি বিষয়ের প্রতি লক্ষ্য রাখা দরকার

(ক) দুটি স্বতন্ত্র ঘটনা এক সাথে ঘটার সম্ভাবনা

নিয়ম: দুটি স্বতন্ত্র ঘটনার পক্ষে একত্র ঘটার সম্ভাব্যতার মাত্রা ঘটনা দুটির পৃথক সম্ভাবনার মাত্রার গুণফলের সমান হবে।

দুটি সরল ঘটনার মধ্যে একটি যদি অপরটি ঘটার উপর নির্ভর না করে, তাহলে আমরা তাদেরকে স্বতন্ত্র ঘটনা বলতে পারি। যেমন, দুটি পৃথক মুদ্রাকে একসাথে টস করলে একটা মুদ্রার হেড বা টেল পড়ার সাথে অন্য মুদ্রার হেড বা টেল পড়ার কোনো সম্পর্ক নেই। এরূপ দুটি স্বতন্ত্র ঘটনা একত্রে ঘটনার সম্ভাবনাকে নিম্নের দুটি সমস্যার মাধ্যমে প্রকাশ করা যায়।

সমস্যা-১। দুটি পৃথক মুদ্রা একসাথে টস করলে মুদ্রা দুটির একত্রে হেড পড়ার সম্ভাবনা কত?
সমাধান: এখানে মুদ্রা দুটি স্বতন্ত্র। তাই প্রথম মুদ্রার হেড পড়ার $1/2$ সম্ভাবনা এবং দ্বিতীয় মুদ্রার হেড পড়ার সম্ভাবনাও $1/2$ । তাই মুদ্রা দুটিরই একত্রে হেড পড়ার সম্ভাবনা হবে তাদের পৃথক সম্ভাবনার গুণফলের সমান। অর্থাৎ $1/2 \times 1/2 = 1/4$ মুদ্রা দুটি দিয়ে একসাথে টস করলে আমরা চারটি সম্ভাব্য ফল পেতে পারি। যথা-

- ১। দুটি মুদ্রারই টেল পড়তে পারে।
- ২। প্রথম মুদ্রার টেল এবং দ্বিতীয় মুদ্রার হেড পড়তে পারে।
- ৩। প্রথম মুদ্রার হেড এবং দ্বিতীয় মুদ্রার টেল পড়তে পারে।
- ৪। দুটি মুদ্রারই হেড পড়তে পারে। সুতরাং প্রতি চারবার টসের মধ্যে একবার এক সাথে উভয় মুদ্রার হেড পড়ার সম্ভাবনা দেখা দেয়।

সমস্যা-২। তিনবার মেঘ করলে যদি একবার বৃষ্টি হয় এবং দশ বার মেঘ করলে যদি একবার ঘূর্ণিঝড় হয়, তাহলে বৃষ্টিপাত ও ঘূর্ণিঝড়ের একত্র ঘটার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: তিনবার মেঘ করলে যদি একবার বৃষ্টি হয়, তাহলে বৃষ্টির সম্ভাবনার মাত্রা হচ্ছে $1/3$ ।
আবার দশ বার মেঘ করলেই যদি একবার ঘূর্ণিঝড় হয় তাহলে ঘূর্ণিঝড়ের সম্ভাবনার মাত্রা হচ্ছে $1/10$ ।

সুতরাং বৃষ্টিপাত ও ঘূর্ণিঝড়ের পক্ষে একত্র ঘটার সম্ভাবনার মাত্রা হচ্ছে $1/3 \times 1/10 = 1/30$ ।
অর্থাৎ ৩০ বার মেঘ করলে একবার এক সাথে বৃষ্টিপাত ও ঘূর্ণিঝড় ঘটায় সম্ভাবনা দেখা দেয়।

(খ) দুটি বৈকল্পিক ঘটনার এক সাথে ঘটার সম্ভাবনা।

নিয়ম: দুটি বৈকল্পিক ঘটনার মধ্যে যে কোনো একটি ঘটার সম্ভাবনা হবে ঐ দুটি ঘটনার পৃথকভাবে ঘটার সম্ভাবনার যোগফলের সমান।

প্রকৃতিতে এমন কিছু ঘটনা আছে যাদের যে কোনো একটা এক সময় ঘটতে পারে। কিন্তু তাদের দুটি একই সময়ে ঘটতে পারে না। এরূপ দুটি ঘটনাকে আমরা বৈকল্পিক ঘটনা বা পরস্পর ব্যতিরেকী ঘটনা বলতে পারি। এদের প্রকৃতি এমন-যে, এদের একটি ঘটলে অপরটি ঘটতে পারে না। যেমন, টস করার সময় মুদ্রা মাটিতে পড়লে হয় হেড দেখা যাবে, না হয় টেল দেখা যাবে। হেড এবং টেল একই সময় দেখা যাবে না। তাই এ দুটি ঘটনাই বিকল্প ঘটনা। দুটি বৈকল্পিক ঘটনা একই সাথে ঘটতে না পারলেও তাদের যে কোনো একটি আলাদাভাবে ঘটতে পারে। পদের যে কোনো একটি ঘটার সম্ভাবনা নিম্নরূপে প্রকল্প করা যায়।

(গ) জটিল ঘটনার সম্ভাবনা :

প্রকৃতিতে এমন কিছু জটিল ঘটনা আছে যা একাধিক বৈকল্পিক ঘটনার সমন্বয়ে সৃষ্টি। এসব বিকল্প সব সময় পরস্পর বিরোধী নয়। এদের মধ্যে একটি ঘটলে অপরটিও ঘটতে পারে। এরূপ দুটি ঘটনার যৌথ সম্ভাবনা নিরূপণের উপায় হলো- প্রতিটি বিকল্প ঘটনার প্রতিকূল ঘটনা বের করে তাদের সম্ভাবনার মাত্রা নির্ণয় করা। তারপর মাত্রার গুণফলকে ১ থেকে বিয়োগ করে দুটি ঘটনার যৌথ সম্ভাবনার মাত্রা নির্ণয় করা।

সম্ভাবনা অধ্যায়ে নিম্নের কয়েকটি বিষয়ের প্রতি লক্ষ্য রাখা দরকার।

সমস্যা : একটি লোক প্রতি ছয়টি কথার মধ্যে পাঁচটি সত্য কথা বলে এবং অন্য একটি লোক প্রতি তিনটি কথার মধ্যে দুটি সত্য কথা বলে। তাহলে লোক দুটির যৌথভাবে সত্য বলার সম্ভাবনার মাত্রা কত?

সমাধান : লোকটির সত্য বলার সম্ভাবনার মাত্রা $\frac{5}{6}$

তার সত্য বলার অসম্ভাবনার মাত্রা $\frac{1}{6}$

অন্য লোকের সত্য বলার সম্ভাবনার মাত্রা $\frac{2}{3}$

তার সত্য বলার অসম্ভাবনার মাত্রা $\frac{1}{3}$

এখানে লোক দুটির পৃথক অসম্ভাবনার গুণফল হচ্ছে $\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$

এ গুণফলকে একক থেকে বিয়োগ করলে পাঁড়ায়- $1 - \frac{1}{18} = \frac{17}{18}$

সুতরাং লোক দুটির যৌথভাবে সত্য বলার সম্ভাবনার মাত্রা হবে $\frac{17}{18}$

(ঙ) পরস্পর অব্যতিরেকী ঘটনার সম্ভাবনা

প্রকৃতিতে এমন কিছু বৈকল্পিক ঘটনা আছে যাদের দুই বা ততধিক ঘটনা একই সাথে ঘটতে পারে। যেমন, একটা মুদ্রাকে পরস্পর দুবার টস করলে একবার হেড পড়ার সম্ভাবনা $1/2$ এবং দ্বিতীয়বার টেল পড়ার সম্ভাবনা $1/2$ । কিন্তু বাস্তবে তা নাও হতে পারে। দুবারই টেল পড়তে পারে। অথবা একবার হেড ও একবার টেল পড়তে পারে। সুতরাং প্রথমবার ও দ্বিতীয়বার হেড পড়ার ঘটনা দুটি পরস্পর ব্যতিরেকী নয়। এরা অব্যতিরেকী বিকল্প। এরূপ ক্ষেত্রে নিম্নরূপে ঘটনার সম্ভাবনা নির্ণয় করা যায়।

সমস্যা: কোনো মুদ্রাকে পরস্পর দুবার টস করলে হেড পড়ার সম্ভাবনা কত?

সমাধান: দুবার টস করলে দেখা যায় যে, মুদ্রাটি চার ভাবে মাটিতে পড়তে পারে। যেমন HH, HT, TH ও TT, এ চারটা ঘটনা পরস্পর ব্যতিরেকী এবং এদের প্রত্যেকটির সম্ভাবনা $1/8$ । এ চারটা ৪ ঘটনার মধ্যে প্রথম তিনটা হেড পড়ার পক্ষে অনুকূল ঘটনা। এবার এ তিনটা অনুকূল বিকল্পের সম্ভাবনাকে যোগ করলেই মুদ্রাটির অন্তত একবার হেড পড়ার সম্ভাবনাকে যোগ করলেই মুদ্রাটির অন্তত একবার হেড পড়ার সম্ভাবনা নির্ণীত হবে।

সুতরাং মুদ্রাটি পরস্পর দুবার টস করলে অন্তত একবার হেড পড়ার সম্ভাবনা হচ্ছে $1/8 + 1/8 + 1/8 = 3/8$

THANK YOU